

Holz Roh Werkst (2007) 65: 383–402
DOI 10.1007/s00107-007-0184-6

ORIGINALARBEITEN · ORIGINALS

Versuche und Berechnungen an allseitig gelagerten 3-schichtigen Brettsperrholzplatten

Christoph Czaderski · René Steiger · Martin Howald* · Said Olia · Arne Gülzow · Peter Niemz

Published online: 13 Juni 2007
© Springer-Verlag 2007

Zusammenfassung Im Rahmen eines umfangreichen Forschungsprojektes wurden Brettsperrholzplatten (BSP), die im Bauwesen auch als statisch tragende Bauteile eingesetzt werden, untersucht. Quadratische dreischichtige BSP mit Seitenlänge 2,5 m und Dicke 70 mm von zwei Herstellern wurden statisch senkrecht zur Plattenebene bis zum Bruch geprüft. Untersucht wurden drei verschiedene Laststellungen und zwei Querschnittsaufbauten.

Ultraschallmessungen an den Einzelschichten vor der Verklebung dienten zur Schätzung der Elastizitätsmoduln der Einzelschichten. Die Elastizitätsmoduln und Festigkeiten der verklebten Platten parallel und senkrecht zur Faserrichtung der Deckschicht wurden zusätzlich in Balkenversuchen ermittelt. Ergebnisse und Erkenntnisse aus den Ultraschallmessungen, Balken- und Plattenversuchen werden präsentiert.

Verschiedenste Balken- und Platten-Berechnungsmodelle für die BSP werden vorgestellt. Die Versuchsergebnisse werden mit den Berechnungen verglichen. Ein Berechnungsvorschlag für die Praxis wird präsentiert.

* vormals bei Institut für Baustoffe, ETH Zürich

C. Czaderski (✉) · R. Steiger · S. Olia · A. Gülzow
Empa, Eidgenössische Materialprüfungs- und Forschungsanstalt,
Überlandstrasse 129,
8600 Dübendorf, Schweiz
e-mail: christoph.czaderski@empa.ch

M. Howald
Kaufmann+Bader, Forstingenieure,
Hauptgasse 48,
4500 Solothurn, Schweiz

P. Niemz
Institut für Baustoffe, ETH Zürich,
Schafmattstrasse 6,
8093 Zürich, Schweiz

Tests and calculations on 3-layered cross-laminated solid wood panels supported at all edges

Abstract Within the framework of an extensive research project, cross-laminated solid wood panels, which are used in building industry also as static load bearing elements, were investigated. 3-layered cross-laminated square solid wood panels with side length of 2,5 m and thickness of 70 mm from two producers were statically tested to failure. Three different types of loading and two cross-section compositions were investigated. Ultrasonic measurements of the single layers before bonding served to estimate the modulus of elasticity (MOE) of the single layers. The MOE and the strength of the bonded panels parallel and perpendicular to the grain direction of the outer layers were additionally derived from beam tests. Results and conclusions of the ultrasonic measurements, beam and panel tests are presented.

Different beam and plate calculation methods for the cross-laminated wood panels are presented. The results of the tests are compared with the calculations. A calculation proposal for the practice is presented.

Bezeichnungen

FK = Festigkeitsklasse
 $E_{t,0}$ = Elastizitätsmodul bei Zugbeanspruchung parallel zur Faser
 v = Ultraschallgeschwindigkeit
 R = Korrelationskoeffizient
 R^2 = Bestimmtheitsmaß
 E_m = Biege- E -Modul des Gesamtquerschnittes in Faserrichtung der Deckschichten
 $F_2 - F_1$ = Zunahme der Kraft (F) zwischen 0,1 F_{\max} und 0,4 F_{\max} (F_{\max} : Bruchlast)

$u_2 - u_1$ = Zunahme der Durchbiegung zwischen 0,1 F_{\max} und 0,4 F_{\max}
 l_1 = Messlänge zur Bestimmung des Biege- E -Moduls im Balkenversuch = 250 mm
 a = Abstand Auflager – Krafteinleitungspunkt im Balkenversuch = 400 mm
 d = Abstand vom Ort der Einzellast zum Auflager
 I = Trägheitsmoment des Balkenquerschnittes
 F_{\max} = Maximalkraft
 b = Breite des Balkens
 h = Dicke des Balkens
 E_0 = Elastizitätsmodul einer Einzelschicht parallel zur Faserrichtung
 E_{90} = Elastizitätsmodul einer Einzelschicht senkrecht zur Faserrichtung
 $E_{m,0}$ = Elastizitätsmodul eines Mehrschichtquerschnittes parallel zur Faserrichtung der Deckschicht
 $E_{m,90}$ = Elastizitätsmodul eines Mehrschichtquerschnittes senkrecht zur Faserrichtung der Deckschicht
 G = Schubmodul einer Einzelschicht
 G_R = Rollschubmodul einer Einzelschicht, entspricht Schubmodul senkrecht zur Faserrichtung
 γ_0 = Aufbaufaktor parallel zur Faserrichtung der Deckschicht
 γ_{90} = Aufbaufaktor senkrecht zur Faserrichtung der Deckschicht
 h_1 = Schichtdicke Mittelschicht einer Dreischichtplatte
 h_3 = Gesamtdicke einer Dreischichtplatte
 ε_0 = Dehnung parallel zur Faserrichtung
 ε_{90} = Dehnung senkrecht zur Faserrichtung
 s = Standardabweichung
 σ_0 = Spannung parallel zur Faserrichtung
 $\sigma_{0,\max}$ = maximale Spannung parallel zur Faserrichtung
 σ_{90} = Spannung senkrecht zur Faserrichtung
 $\nu_{0,90}$ = Querdehnungszahl
 $\nu_{90,0}$ = Querdehnungszahl
 ν_{TR} = Querdehnungszahl
 ν = Variationskoeffizient
 x_{05} = 5%-Fraktile berechnet gemäß prEN 14358 (CEN 2006)
 n = Anzahl Versuche, Anzahl Schichten oder Zahl für Ansatzfunktion
 m = Zahl für Ansatzfunktion
 L_k = kürzere Plattenspannweite
 L_l = längere Plattenspannweite
 w_{\max} = maximale Durchbiegung
 $w_{(x)}$ = Durchbiegung abhängig von x
 x = Koordinatensystem in Balkenachse mit Ursprung beim linken Auflager
 w_V = Durchbiegung aus Querkraft
 κ_V = Faktor zur Berücksichtigung der Verformung aus Querkraft
 $\varphi_{(x)}$ = Balkenneigung abhängig von x

D_{11} = Plattensteifigkeit des Gesamtquerschnittes
 A_{55} = Querschubsteifigkeit des Gesamtquerschnittes
 q = gleichmäßig verteilte Belastung
 F = Kraft einer Einzellast
 z = Koordinatensystem mit Ursprung in Plattenmitte, z positiv nach oben
 z_0 = Koordinate der Unterkante der ersten Schicht
 z_1 = Koordinate der Unterkante der zweiten Schicht
 z_2 = Koordinate der Unterkante der dritten Schicht
 z_3 = Koordinate der Oberkante der dritten Schicht
 $a_n b_n$ = Koeffizienten für Ansatzfunktionen
 k_s = Schubkorrekturfaktor

1 Einleitung

Brettspertholzplatten (BSP), auch als Massivholzplatten bekannt, haben in den letzten Jahren stark an Bedeutung gewonnen (Schickhofer 2002, Tobisch und Krug 2001). Sie bestehen aus mehreren kreuzweise miteinander verklebten Lagen aus meist Nadelholz und können als tragende Bauteile (Platten und Scheiben) oder als aussteifende Beplankung im Holzbau eingesetzt werden. Durch die kreuzweise Verklebung der Lagen entsteht ein plattenförmiger, die Last in zwei orthogonale Richtungen abtragender Holzwerkstoff mit gegenüber dem Rohmaterial verbesserten mechanischen Eigenschaften. Aus Schnittholz normaler Güte lässt sich bei adäquaten Maßnahmen der Qualitätssicherung ein plattenförmiges Holzbauteil herstellen, das wegen der Homogenisierung verbesserte Eigenschaften aufweist (Blaß und Fellmoser 2004).

Durch die zunehmende Bedeutung der vor allem in Zentral-Europa verwendeten BSP wurde eine rege Forschungstätigkeit in der Schweiz, Österreich und Deutschland ausgelöst. Die jüngsten Forschungsanstrengungen konzentrierten sich primär auf die Untersuchung der mechanischen Eigenschaften industriell hergestellter Platten (Donzé 2002, Krug et al. 1999a, b, Niemz und Bencat 2001, Tobisch und Krug 2001, Tobisch und Plattes 2000) und auf die Verbesserung der Berechnungsmodelle, bzw. auf das Aufzeigen von deren Grenzen der Anwendbarkeit (Blaß und Fellmoser 2003a, b, Blaß und Görlacher 2002a, b, Görlacher 2002, Kreuzinger 1999, 2001).

Die Bemessung von BSP erfolgte bis anhin weitestgehend als in einer Richtung tragende Balken ohne Berücksichtigung der Tragwirkung der quer zur Haupttragrichtung verlaufenden Plattenschichten (d.h. wie bei Sperrhölzern), sowie der Schubverformung und des Schubversagens. Zur Erfassung der tatsächlichen Plattensteifigkeit, der Schubverformung und dem Schubversagen (insbesondere Rollschub) sowie der Plattentragwirkung sind verbesserte Bemessungsmodelle nötig. In den letzten Jahren wurden daher die Be-

messungsmodelle verfeinert und optimiert (Fellmoser und Blaß 2004, Blaß und Görlacher 2003, Kreuzinger 2001). Die meisten zu diesem Zweck durchgeführten Forschungsarbeiten beschäftigten sich mit Platten kleinerer Abmessungen oder lediglich mit Plattenstreifen. Es besteht aber immer noch ein Mangel an Wissen insbesondere für die Bemessung großformatiger Platten unterschiedlicher Geometrie unter verteilten Lasten sowie unter Einzellasten.

In der Schweiz wurde daher in den Jahren 2003 bis 2005 ein umfangreiches Forschungsprojekt (Czaderski et al. 2006, Howald und Niemz 2006) durchgeführt, im Rahmen dessen vorhandene Bemessungsansätze kritisch hinterfragt wurden. Dreischichtige allseitig gelagerte BSP wurden im Rahmen von Großversuchen statisch bis zum Bruch belastet. Basierend auf analytischen Modellen und Finite Element Berechnungen sollten sodann Berechnungsgrundlagen für Platten erarbeitet und anhand der experimentell ermittelten Daten verifiziert werden. Über die erwähnte Forschungsarbeit wird in diesem Artikel berichtet.

2 Material und Versuche

2.1 Aufbau der BSP

Untersucht wurden BSP von zwei verschiedenen Schweizer Firmen. Bei den Platten beider Hersteller waren keine Entlastungsnuten vorhanden. Die insgesamt 70 mm starken, dreischichtigen Platten wurden mit zwei verschiedenen Dickenabmessungen der Außen- und Innenlagen hergestellt: 10/50/10 mm und 25/20/25 mm.

Hersteller A produziert seine BSP in Abmessungen bis zu $3,4 \times 13,7 \text{ m}^2$ und Dicken bis 50 cm. Verwendet wird Schweizer Fichtenholz (*Picea abies* Karst.). Für die Decklagen muss das Holz mindestens der Festigkeitsklasse C24 (CEN 2003) entsprechen. In den Innenlagen wird unsortiertes Holz eingebaut.

Bei den untersuchten Platten betrugen die Lamellenbreiten der Deckschichten 70 mm, diejenigen der Mittelschichten etwa 115 oder 150 mm. Die Lamellen der Mittellagen waren seitlich nicht verklebt. Zur Verklebung der BSP wurde ein lösungsmittelfreier 1-K PUR-Kleber (Polyurethan) verwendet.

Hersteller B produziert Platten mit maximalen Abmessungen von $3 \times 9 \text{ m}^2$ und einer maximalen Dicke von 50 cm. Das Rohmaterial für die im Rahmen des Projektes untersuchten Platten war Schweizer Fichte (*Picea abies* Karst.) mindestens der Festigkeitsklasse C24. Die Lamellenbreiten betrugen bei den Deck- und den Mittelschichten je 25 mm. Die Platten wurden mit UF Klebstoff (Harnstoff-Formaldehyd) unter Wärmeeinwirkung verklebt. Harnstoffharz wird nur bei Einsatz der BSP im In-

nenbereich verwendet. Bei Außenanwendungen kommt ein Feuchte resistenter Klebstoff zum Einsatz.

2.2 Elastizität der Einzelschichten parallel zur Faser

Um die Eigenschaften der BSP zu ermitteln, wurden die Einzelschichten im Produktionsprozess vor der Verklebung einer zerstörungsfreien Prüfung mittels Ultraschall unterzogen. Die Messungen wurden an den seitlich zu Lagen verklebten Lamellen vorgenommen. Ausnahme bildeten die Mittelschichten der Platten von Hersteller A: hier wurden die einzelnen Lamellen gemessen, da diese seitlich nicht verklebt waren.

Die Schallgeschwindigkeit, welche mit dem Elastizitätsmodul des Holzes korreliert, wurde gemessen. Hierzu wurde das Gerät Steinkamp BP V eingesetzt, welches bei einer Frequenz von rund 50 kHz die Laufzeit einer Schallwelle, die sich parallel zur Faserrichtung ausbreitet, misst. Die Elastizitätsmoduln bei Zugbeanspruchung parallel zur Faser $E_{t,0}$ der einzelnen Schichten wurden mit einer von Steiger (1996) ermittelten Regressionsgleichung 1 aus der Ultraschallgeschwindigkeit geschätzt.

Der auf Grund der statistischen Unsicherheit von Gl. 1 resultierende Variationskoeffizient von $E_{t,0}$ beträgt 15%.

$$E_{t,0} = 6,207v - 24\,391 \quad R = 0,82 \quad R^2 = 0,67. \quad (1)$$

Aus den mit Ultraschall ermittelten E -Moduln E_0 pro Schicht wurden mit der Verbundtheorie (Blaß und Görlacher 2003) die E -Moduln des verklebten Mehrschichtquerschnittes berechnet (Tabelle 1). Da bei dieser vereinfachten Methode alle Schichten den gleichen E -Modul aufweisen müssen, wurde für E_0 ein Mittelwert aus den drei Schichten verwendet. Den quer zur Belastungsrichtung liegenden Deckschichten wurde ein Elastizitätsmodul von $E_{90} = E_0/20$ zugewiesen (Hearmon 1948). Die berechne-

Tabelle 1 Umrechnung der E -Moduln von Einzelschichten auf dreischichtigen Mehrschichtquerschnitt

Table 1 Conversion of MOE from single layers to multi-layered cross-sections made of three layers

Parallel zur Faserrichtung der Deckschicht	Senkrecht zur Faserrichtung der Deckschicht
$E_{m,0} = E_0 \gamma_0 \quad (2)$	$E_{m,90} = E_0 \gamma_{90} \quad (3)$
Sperrholz analogie* (Steck 1988):	Sperrholz analogie* (Steck 1988):
$\gamma_0 = \frac{h_3^3 - h_1^3}{h_3^3} \quad (4)$	$\gamma_{90} = \frac{h_1^3}{h_3^3} \quad (5)$
Verbundtheorie (Blaß und Görlacher 2003):	Verbundtheorie (Blaß und Görlacher 2003):
$\gamma_0 = \frac{h_3^3 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) h_1^3}{h_3^3} \quad (6)$	$\gamma_{90} = \frac{\frac{E_{90}}{E_0} h_3^3 + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) h_1^3}{h_3^3} \quad (7)$

*Sperrholz analogie: Verbundtheorie ohne Berücksichtigung der quer zu den Decklagen verlaufenden Schichten

ten Aufbauaktoren γ für die in diesem Projekt untersuchten Plattentypen können Tabelle 2 entnommen werden. Bei der Verbundtheorie (Blaß und Görlacher 2003) werden, wie auch im Stahlbetonbau üblich, ideale Querschnittswerte berechnet. Dabei werden verschiedene E -Moduln innerhalb eines Querschnittes berücksichtigt (n -Verfahren).

2.3 Versuche an Balken

Aus dem Plattenversuchsmaterial wurden zusätzlich Balken geschnitten (Abb. 1), die in Vierpunkt-Biegeversuchen geprüft wurden. Für jede im Großversuch getestete Platte wurden jeweils etwa 6 Prüfkörper *parallel* und *senkrecht* zur Faserrichtung der Deckschichten hergestellt und geprüft. Die Versuche wurden in Anlehnung an die Norm EN 789 (CEN 1995) durchgeführt. Die Abmessungen der Prüfkörper betrugen $1200 \times 100 \times 70 \text{ mm}^3$. Wegen den Abmessungen der Prüfmaschine wurde eine deutlich kleinere Breite als vorgeschrieben ($300 \pm 5 \text{ mm}$) gewählt. Die Balken wurden im Vierpunkt-Biegeversuch mit einer Spannweite von 1100 mm bis zum Bruch belastet. Die Durchbiegung wurde in Balkenachse zwischen den Krafteinleitungspunkten mit einer Messlänge von 250 mm gemessen.

Holzfeuchte und Rohdichte Die aus Platten des Herstellers A gewonnenen Balken wiesen eine Holzfeuchte von 12% und eine Rohdichte von rund 450 kg/m^3 auf (Mittelwerte). Bei den Plattenstreifen des Herstellers B wurden eine mittlere Rohdichte von 466 kg/m^3 und eine Feuchte von 10% gemessen. Die Unterschiede zwischen den beiden Herstellern dürften darauf zurückzuführen sein, dass Her-

steller B weitgehend Seitenware mit etwas höherer Dichte verwendet.

Biege- E -Modul Der E -Modul wurde für den gesamten Plattenquerschnitt ohne Berücksichtigung des Aufbaus ermittelt. Unter Benutzung von Gl. 8 wurden aus den Last-Verformungskurven der Versuchsbalken die Elastizitätsmoduln berechnet. Diese Ergebnisse wurden mit den E -Moduln des Gesamtquerschnittes verglichen, welche aus den Ultraschallmessungen kombiniert mit der erweiterten Sperrholzanalogie (Blaß und Görlacher 2003) (siehe Abschn. 2.2) ermittelt wurden.

$$E_m = \frac{(F_2 - F_1)l_1^2 a}{16(u_2 - u_1)I} \quad (8)$$

Maximale Biegespannungen Die maximalen Biegespannungen wurden unabhängig von den Brucharten aus den Bruchlasten mit Hilfe der Gl. 9 berechnet. Die Widerstandsmomente der Prüfkörper wurden mit den Faktoren der Verbundtheorie reduziert, um die effektiven Biegezugspannungen zu erhalten.

$$\sigma_m = \frac{\frac{F_{\max}}{2} a}{\frac{bh^2}{6} \gamma_0} \quad (9)$$

Brucharten Bei den Versuchskörpern mit parallel zur Tragrichtung liegenden Deckschichten konnte neben Biegezugbrüchen in der unteren Decklage auch häufig ein Versagen auf Schub im Bereich der Schichtgrenzen beobachtet werden (Abb. 2). Verliefen die Fasern der Decklagen senkrecht zur Tragrichtung, erfolgte das Versagen hauptsächlich als Biegezugbruch in der Mittellage.

2.4 Versuche an Platten

Insgesamt wurden 24 (je 12 Stück für Hersteller A und B) quadratische dreischichtige Holzplatten mit den Abmessungen $2,5/2,5/0,07 \text{ m}$ geprüft (Tabelle 3). Es wurden drei verschiedene Laststellungen und zwei Querschnittsaufbauten untersucht.

Die Platten waren allseitig gelagert. Die Auflagerung war so konstruiert, dass eine Verdrehung und horizontale Verschiebung möglich, die vertikale Verschiebung nach unten und oben jedoch verhindert war (Abb. 3). Die durch Ölhydraulikzylinder aufgebrachte Kraft wurde mit einem Kraftaufnehmer, welcher unter einem Zylinder platziert war, gemessen.

In einer ersten Belastungsphase wurden die Platten jeweils stufenweise bis zu einer maximalen Last von 30 kN pro Belastungsstelle (bei Laststellung C bis 45 kN) belastet und anschließend wieder entlastet. In der zweiten Belastungsphase wurden die Platten bis zum Bruch belastet.

Tabelle 2 Aufbauaktoren für die untersuchten Platten gemäß Verbundtheorie (Blaß und Görlacher 2003)

Table 2 Composition factors for the investigated panels according to elastic compound theory (Blaß und Görlacher 2003)

Aufbau [mm]	Parallel zur Faser (γ_0)	Senkrecht zur Faser (γ_{90})
10/50/10	0,654	0,396
25/20/25	0,978	0,072

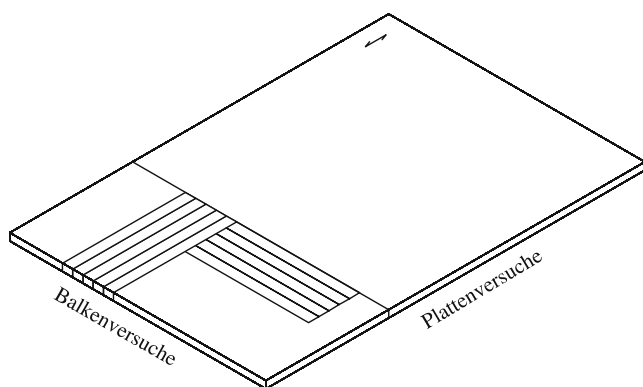


Abb. 1 Prinzip der Aufteilung der Platten

Fig. 1 Principle of splitting of the panels

Abb. 2 Kombiniertes Schub- und Biegeversagen eines Balkenversuches
Fig. 2 Combined shear and bending failure of a beam test



Tabelle 3 Übersicht über die Plattenversuche
Table 3 Overview of panel tests

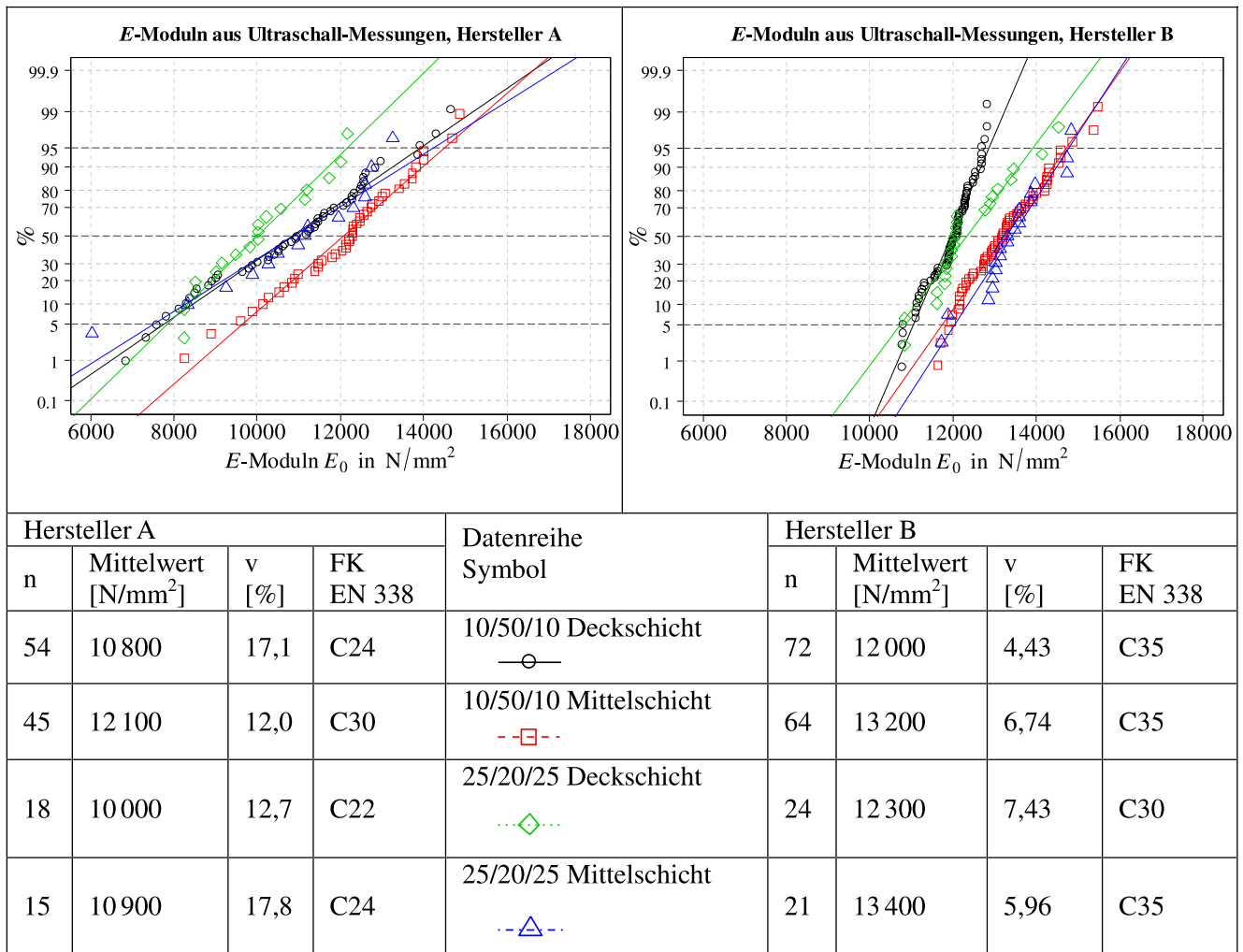
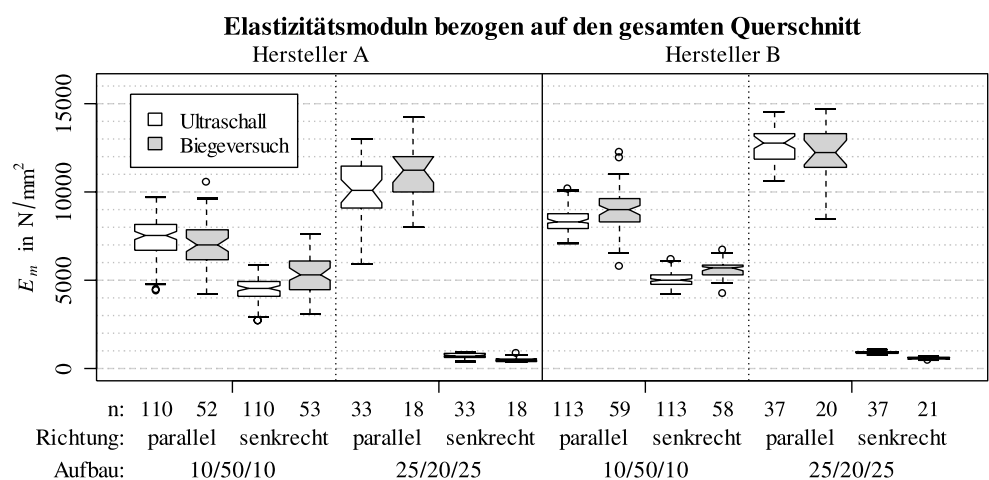
	Laststellung		Querschnittsaufbau	Anzahl Versuche
A	4 Lasten jeweils in Quadrantenmitte		10/50/10 mm	6
A	4 Lasten jeweils in Quadrantenmitte		25/20/25 mm	6
B	1 Einzellast in Plattenmitte		10/50/10 mm	6
C	1 Last in einer Quadrantenmitte		10/50/10 mm	6

Abb. 3 Versuchseinrichtung mit allseitiger Linienlagerung, 4 Einzellasten
Fig. 3 Test set-up with all-sided line support, 4 single loads



Der Abb. 4 kann beispielhaft die Messeinrichtung für Laststellung C entnommen werden. Während der ersten Belastungsphase wurden neben den Durchbiegungen auch

Dehnungen und Stauchungen mit Deformetern mit Messlängen von 150 mm an Plattenober- und Unterseite gemessen. Während der zweiten Belastungsphase wurde

**Abb. 5** Elastizitätsmodul der Einzelschichten bestimmt mittels Ultraschallmessungen**Fig. 5** Elastic modulus of single layers derived from ultrasonic measurements**Abb. 6** Vergleich der Elastizitätsmodul des Gesamtquerschnittes ermittelt aus den Ultraschallmessungen und aus den Biegeversuchen an Balken**Fig. 6** Comparison of the elastic modulus of the total cross-section determined from ultrasonic measurement and from the flexural tests of beams

dünn sein. Damit kann eine ähnliche Steifigkeit in beide Richtungen erreicht werden (Abb. 6). Durch Gleichsetzen der Gl. 6 und 7 (Tabelle 1) und entsprechendes Umformen

erhält man Gl. 10 mit welcher derjenige Aufbau einer Dreischichtplatte ermittelt werden kann, bei dem theoretisch in beiden Tragrichtungen die gleiche Steifigkeit vorhanden

ist. Bei Anwendung der Sperrholzanalogie ergibt sich auch Gl. 10.

$$\gamma_0 = \gamma_{90} = \frac{h_3^3 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) h_1^3}{h_3^3} = \frac{\frac{E_{90}}{E_0} h_3^3 + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) h_1^3}{h_3^3},$$

$$h_3^3 \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) = 2 \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) h_1^3,$$

$$\frac{h_3}{\sqrt[3]{2}} = h_1 = 0,79 h_3. \quad (10)$$

Beispielsweise kann mit Gl. 10 bei einer 70 mm dicken Platte die optimale Dicke der Mittelschicht zu 55,6 mm berechnet werden. Die Aufbauaktoren und somit auch die Steifigkeiten sind mit diesem Aufbau somit in beide Richtungen gleich groß: $\gamma_0 = \gamma_{90} = 0,525$ bei der Verbundtheorie oder $\gamma_0 = \gamma_{90} = 0,5$ bei der Sperrholzanalogie.

3.3 Plattenversuche

Dehnungen/Stauchungen bei Belastungspunkten In Tabelle 4 sind die maximalen, mit Deformetern gemessenen

Zugdehnungen an Plattenunterseite bei den Belastungspunkten (Stempeln) für die 24 Versuchskörper zusammengestellt. Mit Hilfe der Gln. 11, 12 und 14, den Annahmen für die Querdehnungszahlen gemäß Gl. 13 sowie den mittels Ultraschall bestimmten Elastizitätsmoduln E_0 (Abschn. 3.1), wurden die Zugspannungen berechnet (Tabelle 4).

$$\sigma_0 = \frac{E_0}{1 - \nu_{0,90}\nu_{90,0}} \varepsilon_0 + \frac{\nu_{0,90}E_{90}}{1 - \nu_{0,90}\nu_{90,0}} \varepsilon_{90}, \quad (11)$$

$$\sigma_{90} = \frac{\nu_{90,0}E_0}{1 - \nu_{0,90}\nu_{90,0}} \varepsilon_0 + \frac{E_{90}}{1 - \nu_{0,90}\nu_{90,0}} \varepsilon_{90}, \quad (12)$$

$$\nu_{0,90} = 0,02, \quad \nu_{90,0} = 0,001, \quad \nu_{RT} = 0,3$$

(Albers 1970, Bodig und Jayne 1993, DIN 68364 1979, Hearmon 1948, Neuhaus 1994),

$$E_{90} = \frac{E_0}{20}. \quad (14)$$

Aus Tabelle 4 ist ersichtlich, dass die Streuung der maximalen Dehnungen parallel zur Faserrichtung innerhalb der einzelnen Laststellungen gering war (Ausnahme: Platte 12 mit offensichtlich schlechter Holzqualität). Die Dehnun-

Tabelle 4 Maximal gemessene Dehnungen und Umrechnungen auf Spannungen
Table 4 Maximal measured strains and conversion to stresses

Platten-Nr.	Platten-aufbau	Stempellast F_{st} in kN	maximale Dehnungen bei Stempellast F_{st} , Plattenunterseite bei Stempel, gemessen mit Deformeter		Elastizitätsmodul aus Ultraschallmessung der untersten Schicht	Zugspannung umgerechnet mit Gln. 11 und 12	Bruchlast F_{br} in kN	Zugspannung auf Bruchlast F_{br} extrapoliert
			ϵ_0 [%]	ϵ_{90} [%]	E_0 [N/mm ²]	$\sigma_{0,st}$ [N/mm ²]		$\sigma_{0,br}$ [N/mm ²]
4 Einzellasten								
1	10/50/10	20	1,66	2,04	11 302	18,7	60,5	56,7
2	10/50/10	30	2,68	3,03	11 431	30,7	59,0	60,3
3	"	30	2,48	2,61	9767	24,3	57,4	46,4
13	"	30	2,27	2,61	12 131	27,5	67,0	61,5
14	"	30	2,25	2,48	11 979	26,9	66,4	59,6
15	"	30	2,26	2,63	11 979	27,1	65,7	59,3
4	25/20/25	30	2,54	6,84	10 740	27,3	54,0	49,1
5	"	30	2,25	5,00	10 855	24,5	56,7	46,3
6	"	30	2,68	6,42	10 627	28,5	55,6	52,8
16	"	30	2,35	5,28	11 628	27,3	54,4	49,6
17	"	30	2,30	5,90	11 628	26,8	56,0	50,0
18	"	30	2,20	5,81	13 877	30,5	58,7	59,8
Einzellast zentrisch								
7	10/50/10	30	2,66	2,47	11 706	31,1	59,2	61,4
8	"	30	2,53	2,55	11 281	28,6	59,0	56,2
9	"	30	2,14	2,24	11 484	24,6	66,1	54,3
19	"	30	1,93	1,92	12 770	24,7	72,2	59,4
20	"	30	2,02	2,64	12 165	24,6	76,6	62,8
21	"	30	1,73	2,15	12 165	21,1	83,0	58,3
Einzellast exzentrisch								
10	"	45	2,54	3,21	9951	25,3	78,9	44,3
11	"	45	2,65	2,89	9451	25,0	79,0	44,0
12	"	45	3,61	3,36	6885	24,8	63,5	35,1
22	"	45	2,70	2,76	12 131	32,8	92,6	67,6
23	"	45	2,74	3,54	11 119	30,5	89,9	61,0
24	"	45	3,02	2,76	11 119	33,6	91,9	68,6

gen senkrecht zur Faserrichtung bei den Plattenaufbauten 10/50/10 liegen in der gleichen Größenordnung wie parallel zur Faser, was darauf hinweist, dass ähnliche Steifigkeiten in beiden Plattenrichtungen und somit eine gute Plattentragwirkung vorhanden war. Bei den Plattenaufbauten 25/20/25 ist dagegen die Dehnung senkrecht zur Faser deutlich höher, was mit der geringen Steifigkeit senkrecht zur Faser zusammenhängt (Abb. 6).

Verformungen In Abb. 7 und 8 sind die Last – Verformungsdiagramme dargestellt. Die Verformung wurde jeweils in Plattenmitte (außer bei exzentrischer Belastung unter dem Belastungspunkt, Abb. 4) gemessen. Es kann ein lineares Verhalten mit kleinen Streuungen festgestellt werden. Nach dem Entlasten am Ende der ersten Belastungs-

phase wurden bleibende Deformationen von 0,2 bis 1,0 mm gemessen.

Die 4 Einzellasten von 30 kN ergeben umgerechnet eine verteilte Last von 20 kN/m^2 . Die entsprechenden Durchbiegungen lagen etwa in der Größenordnung von 30 mm (Abb. 7). Umgerechnet auf eine Gebrauchslast von 2 kN/m^2 ergibt sich somit eine Durchbiegung von etwa 3 mm. Dies entspricht einem Verhältnis Spannweite zu Durchbiegung von 817. Tragelemente des Hochbaus werden üblicherweise auf eine maximale Durchbiegung von $l/200$ bis $l/400$ ausgelegt. Die geprüften Platten waren also äußerst steif. Zum Vergleich sind in Abb. 7 die im Hochbau üblichen Bemessungswerte (Nutzlast 2 kN/m^2 und Durchbiegung $l/300$) angegeben.

Abb. 7

Kraft-Verformungsdiagramm der Platten belastet mit vier Einzellasten

Fig. 7 Load-deflection diagram of panels subjected to four single loads

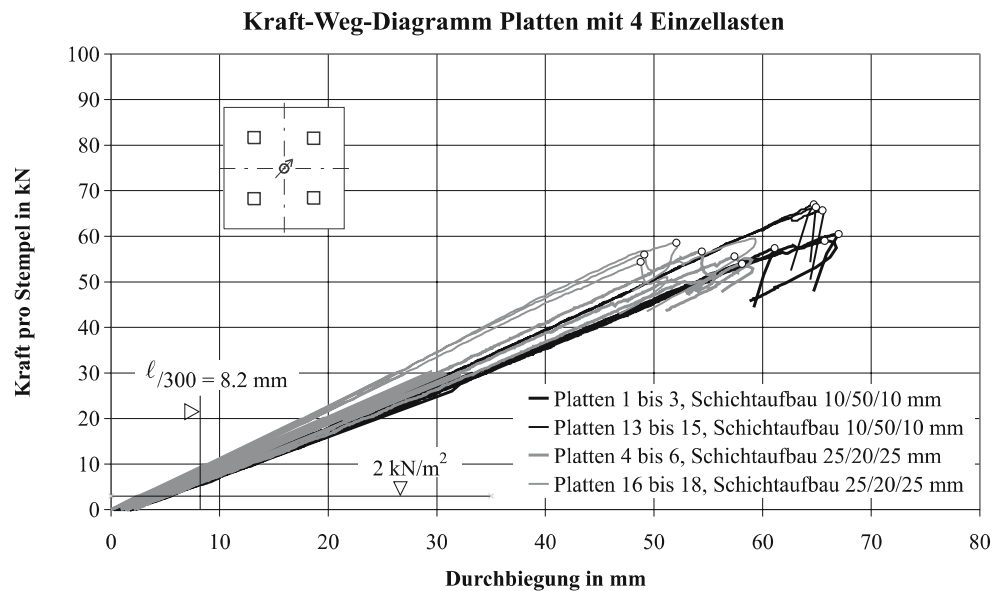
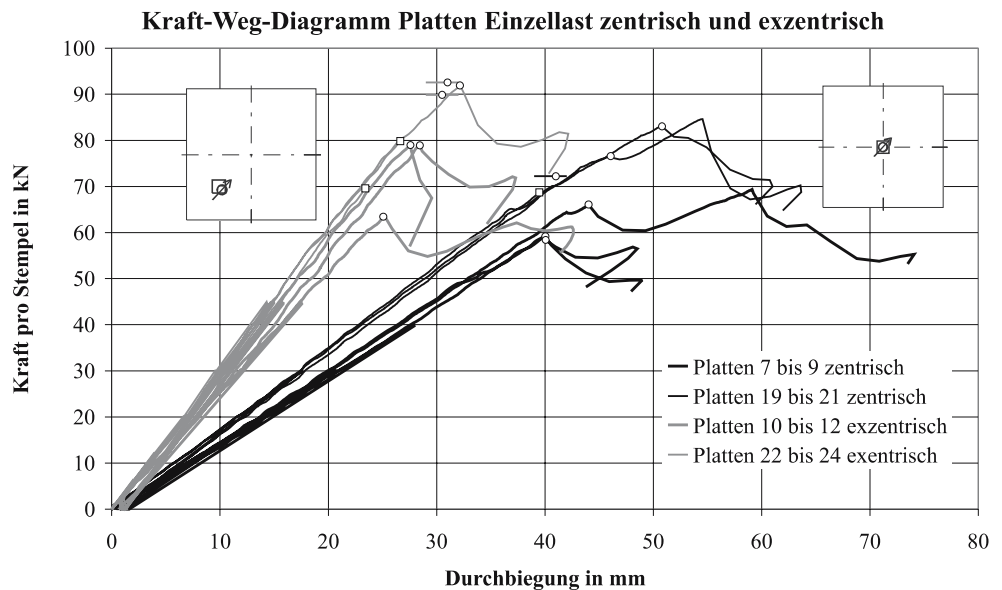


Abb. 8

Kraft-Verformungsdiagramm der Platten belastet mit einer zentrischen oder exzentrischen Einzellast

Fig. 8 Load-deflection diagram of the panels subjected to one central or eccentric single load



Bruchspannungen Der Bruchvorgang bestand aus mehreren Brüchen. Die als maßgebend erachteten Bruchlasten sind in Abb. 7 und 8 mit einem Kreis markiert.

Unter Annahme eines linearen Verhaltens bis zum Bruch wurden die Bruchspannungen durch Extrapolation der bei den Stempellasten von 20, 30 oder 45 kN geschätzten Zugspannungen ermittelt (Tabelle 4).

Die derart ermittelten Werte für die Bruchspannungen liegen im Bereich von 44 bis 69 N/mm². Platte 12 hatte eine Bruchspannung von 35 N/mm². Hier wurde eine schlechtere Holzqualität in der unteren Deckschicht verwendet, was auch der tiefere Elastizitätsmodul (Tabelle 4) bestätigt.

Die Bruchspannungen der Platten wurden in Abb. 9 den Bruchspannungen der Balken gegenübergestellt. Es ist ersichtlich, dass aus den Plattenversuchen signifikant höhere Bruchspannungen resultieren, im Falle der Platten des Herstellers B auch eine geringere Streuung (Tabelle 5). Dies resultiert einerseits daher, dass bei Balken andere Brucharten auftreten und dass andererseits Fehlstellen bei Balken größeren Einfluss haben. Bei den Plattenversuchen macht sich die Systemwirkung stärker bemerkbar, indem bei den

Platten die Anzahl der parallel verlaufenden Einzellamellen, welche gleichzeitig Last verteilend tragen, größer ist, als bei den nur 10 cm breiten Balken. Die hier beschriebenen Versuche (Tabelle 5) zeigen einen Verhältnisswert von Platten- / Balkenversuchen von 1,4 (Hersteller A) und 1,5 (Hersteller B) auf dem Mittelwertsniveau bzw. 1,4 (Hersteller A) und 1,7 (Hersteller B) auf dem Niveau der 5%-Quantile.

Aber auch bei den Balkenversuchen zeigt sich der Systemeffekt. Dieser ist bei den geprüften 10 cm breiten Plattenstreifen des Hersteller A mit 7 cm breiten Lamellen in den Deckschichten deutlich geringer als bei den Platten des Herstellers B mit Lamellenbreiten von 25 mm in den Deckschichten.

Brucharten Sämtliche Platten zeigten visuell beurteilt, Biegezugbrüche der unteren Deckschichten. Die Deckschichten versagten auf Zug, oder Stöße öffneten sich. Bei den Versuchen mit vier Einzellasten und Plattenaufbau 10/50/10 mm war die Bruchzone über eine größere Fläche verteilt, beim Plattenaufbau 25/20/25 mm dagegen bei den Belastungspunkten konzentriert. Bei den Versuchen mit Einzellasten war die Bruchzone ebenfalls im Bereich der Belastungspunkte konzentriert.

Abb. 9 Vergleich der Biegeendspannungen bei Bruchlast ermittelt aus den Versuchen an Balken und an Platten
Fig. 9 Comparison of flexural stress at failure determined from beam and from panel tests

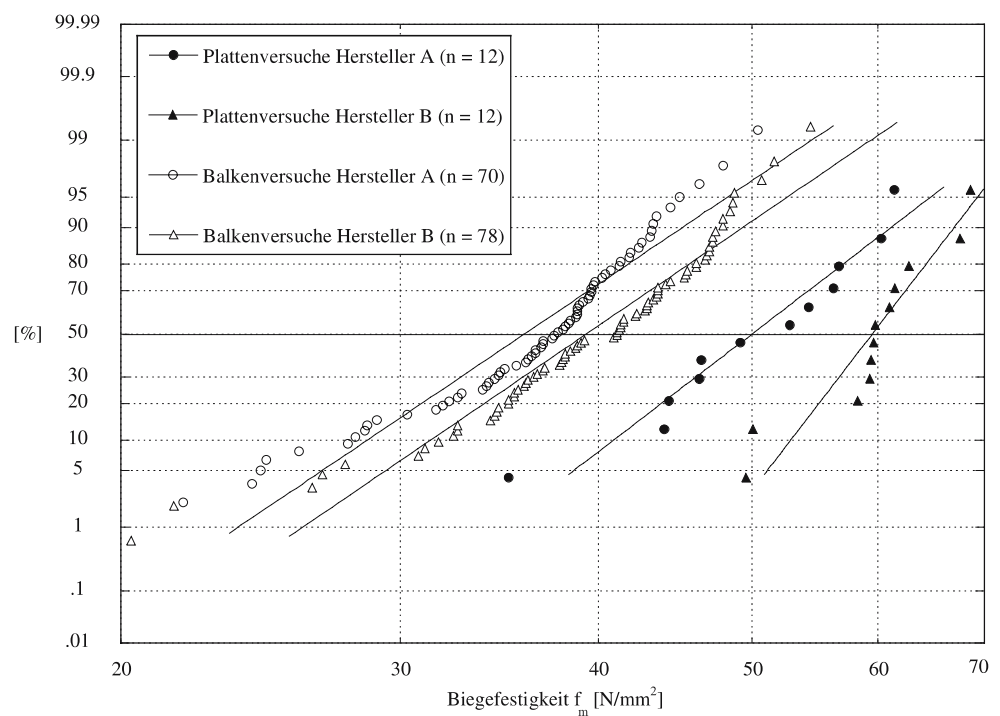


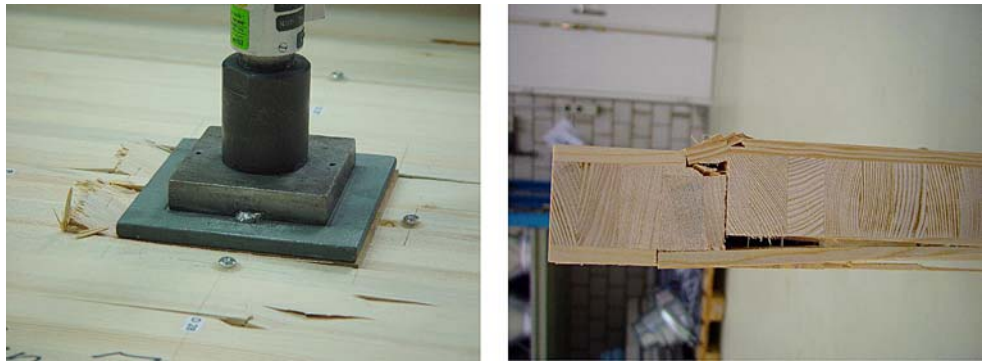
Tabelle 5 Bruchspannungen ermittelt aus Versuchen an Balken und Platten (Abb. 9)

Table 5 Failure stresses determined from beam and panel tests (Fig. 9)

Hersteller	n	Min [N/mm ²]	Mittelwert [N/mm ²]	Max [N/mm ²]	Median [N/mm ²]	s [N/mm ²]	x ₀₅ [N/mm ²]	v [%]
Balkenversuche								
A	70	18,7	36,5	50,4	37,6	6,18	25,5	16,9
B	78	20,3	39,9	54,4	41,1	6,71	28,0	16,8
Plattenversuche								
A	12	35,1	50,7	61,4	50,0	8,20	35,1	16,2
B	12	49,6	59,8	68,6	59,5	5,86	48,0	9,80

Abb. 10 Lokales Versagen im Bereich eines Belastungspunktes (Platte 15)

Fig. 10 Local failure next to a loading point (panel 15)



Andere Brucharten wie Schubbruch, Durchstanzen oder Rollschubversagen wurden visuell nicht festgestellt. Ausnahme war die Platte 15, bei welcher ein lokales Versagen bei einem Belastungspunkt auffiel (Abb. 10), das aber vermutlich erst nach dem Biegezugbruch aufgetreten war. Der Grund für dieses Versagen war, dass die Lamellen der Mittelschicht nicht verklebt und somit eine vertikale Verschiebung (Abb. 10) in unmittelbarer Nähe der Belastungsstelle möglich war. Deshalb wird beim Vorliegen von Einzellasten empfohlen, die Mittelschicht voll auszufüllen und zu verkleben.

4 Erkenntnisse aus der Untersuchung

- Die statischen Versuche an allseitig gelagerten dreischichtigen Holzplatten belegen deren Tauglichkeit für den Einsatz als tragende Platten im Bauwesen. Es konnte gezeigt werden, dass das Material Holz, welches üblicherweise für Stabtragwerke oder für Platten, die in einer Richtung Lasten abtragen, eingesetzt wird, durch die kreuzweise Verklebung als Platte mit Plattentragwirkung benutzt werden kann.
- Die Ultraschallmessungen und die mechanische Prüfung zeigten, dass die Eigenschaften des für die Versuche verwendeten Rohmaterials teilweise besser waren als die üblicherweise für die Bemessung der Platten angesetzte Festigkeitsklasse C24 mit einem mittleren E -Modul parallel zur Faser von $11\,000\text{ N/mm}^2$. Das von Hersteller A verwendete Rohmaterial hatte mittlere Elastizitätsmoduln, welche im Bereich der Werte der Festigkeitsklassen C22 bis C30 lagen. Hersteller B setzte Rohmaterial ein mit mittleren E -Moduln im Bereich der Festigkeitsklassen C30/C35.
- Der Vergleich der Elastizitätsmoduln des Gesamtquerschnittes, ermittelt einerseits aus den Ultraschallmessungen der Einzelschichten kombiniert mit der Verbundtheorie und andererseits aus den Balkenversuchen, zeigte eine gute Übereinstimmung. Es wird deshalb empfohlen, die Steifigkeiten von BSP mit Hilfe der Verbundtheorie und vorgängiger Schätzung der E -Moduln der Einzelschichten mit einer zerstörungsfreien Methode (z.B. Ultraschalllaufzeit, stress grading) zu bestimmen.
- Unter statischer Belastung konnte ein lineares Last-Durchbiegungs-Verhalten der Platten bis zum Bruch beobachtet werden. Die Dehnungs- und Stauchungsmessungen zeigten ein symmetrisches Verhalten in der Druck- und in der Zugzone. Bei den Plattenaufbauten 10/50/10 mm wurden ähnliche Größenordnungen der Dehnungen sowohl parallel als auch senkrecht zur Faserrichtung der Deckschichten gemessen, was auf ähnliche Steifigkeiten in beide Richtungen und somit auf eine gute Plattentragwirkung hindeutet. Bei Platten mit Aufbau 25/20/25 mm waren die Dehnungen senkrecht zur Faserrichtung der Deckschicht dagegen deutlich größer als parallel dazu.
- Die Platten versagten in der untersten Schicht auf Zug. Es konnten visuell keine anderen Brucharten wie Schubbruch, Durchstanzen oder Rollschubbruch festgestellt werden. Ausnahme bildete eine einzige Platte, bei welcher ein lokales Versagen in unmittelbarer Nähe einer Belastungsstelle aufgefallen war. Beim Vorliegen von Einzellasten wird deshalb empfohlen, die Mittelschicht voll auszufüllen und zu verkleben.
- Um eine möglichst gute Plattentragwirkung, d.h. ähnliche Steifigkeiten in beide Tragrichtungen zu haben, sollte bei einer dreischichtigen Holzplatte die Dicke der Mittelschicht etwa 80% der Plattenstärke betragen. Dies setzt voraus, dass in den drei Schichten gleichwertiges Material verwendet wird.
- Der Vergleich der Bruchspannungen der Balkenversuche und der Plattenversuche zeigt, dass die Platten eine größere Festigkeit und bei einem Hersteller auch kleinere Streuungen aufweisen. Die Aussagekraft von Balkenversuchen für die Beurteilung des Plattenverhaltens ist daher beschränkt.

5 Berechnungen

5.1 Bernoulli-Balken

Die einfachste Berechnungsmethode ist die Betrachtung der Platten als einfache Bernoulli-Balken. Beim Bernoulli-Balken wird Ebenbleiben des Querschnittes vorausgesetzt. Die Querschnittsneigung entspricht der ersten Ableitung der Durchbiegung und ist somit abhängig von derselben. Die Formeln zur Berechnung der Durchbiegungen und Biegespannungen von einfachen Balken mit verschiedenen Belastungssituationen können üblichen Tabellenwerken z.B. (Eibl 1998) entnommen werden. Um die Berechnung für die Praxis einfach zu halten, werden die querlaufenden Schichten vernachlässigt (Sperrholzanalogie, Tabelle 1) und der Verformungsanteil aus der Querkraft ($w_V = \kappa_V \frac{M}{GA}$) wird nicht berücksichtigt. Siehe Gln. 15–22 in der Tabelle 6.

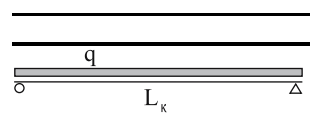

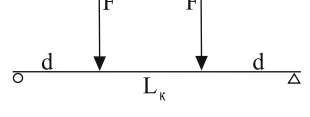

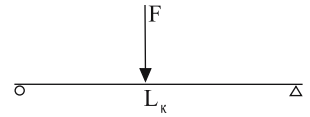

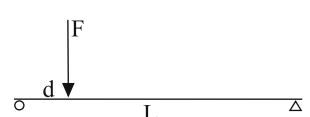
5.2 Timoshenko-Balken

Beim Timoshenko-Balken (auch Schubdeformationstheorie 1. Ordnung oder „first order shear deformation theory“)

wird ebenfalls ein Ebenbleiben des Querschnittes vorausgesetzt. Die Querschnittsneigung $\varphi(x)$ wird jedoch unabhängig von der Durchbiegung definiert (Altenbach et al. 1996). Zur Berücksichtigung der parabelförmigen Verteilung der Schubspannungen wird zusätzlich ein Schubkorrekturfaktor eingeführt. Gelöst wird das Problem mit dem Verfahren nach Ritz (Altenbach et al. 1996):

- Wahl geeigneter Ansatzfunktionen für $w(x)$ und $\varphi(x)$ mit unbekannten Koeffizienten, wobei die Randbedingungen erfüllt sein müssen
- Berechnung der potentiellen Energie (Verzerrungsenergie U – Arbeit der äußeren Kräfte W , $\Pi = U - W$)
- Null setzen der partiellen Ableitungen der potentiellen Energie nach den unbekannten Koeffizienten, $\delta\Pi = \delta(U - W) = 0$
- Berechnung der n unbekannten Koeffizienten aus dem entstehenden Gleichungssystem, woraus die Funktionen für $w(x)$ und $\varphi(x)$ folgen
- Berechnung der Platten-Steifigkeiten des Gesamtquerschnittes
- Berechnung des Schubkorrekturfaktors.

Tabelle 6 Formeln für Balkenberechnungen für verschiedene Belastungsarten
Table 6 Equations for beam calculations for different loading types

	$w_{\max} = \frac{5qL_k^4}{384E_0 \frac{h_3^3 - h_1^3}{h_3^3} \frac{bh_3^3}{12}} \quad (15)$
	$\sigma_{0,\max} = \frac{\frac{qL_k^2}{8}}{\frac{h_3^3 - h_1^3}{h_3^3} \frac{bh_3^2}{6}} \quad (16)$
	$w_{\max} = \frac{FL_k^2 d}{24E_0 \frac{h_3^3 - h_1^3}{h_3^3} \frac{bh_3^3}{12}} \left(3 - 4 \left(\frac{d}{L_k} \right)^2 \right) \quad (17)$
	$\sigma_{0,\max} = \frac{Fd}{\frac{h_3^3 - h_1^3}{h_3^3} \frac{bh_3^2}{6}} \quad (18)$
	$w_{\max} = \frac{FL_k^3}{48E_0 \frac{h_3^3 - h_1^3}{h_3^3} \frac{bh_3^3}{12}} \quad (19)$
	$\sigma_{0,\max} = \frac{FL_k/4}{\frac{h_3^3 - h_1^3}{h_3^3} \frac{bh_3^2}{6}} \quad (20)$
	$w(x) = \frac{FL_k^2 d}{6E_0 \frac{h_3^3 - h_1^3}{h_3^3} \frac{bh_3^3}{12}} \frac{x}{L_k} \left(1 - \left(\frac{d}{L_k} \right)^2 - \left(\frac{x}{L_k} \right)^2 \right) \quad (21)$
mit $w'(x) = 0$ kann der Ort der max. Durchbiegung bestimmt werden	
$\sigma_{0,\max} = \frac{F(L_k - d)d/L_k}{\frac{h_3^3 - h_1^3}{h_3^3} \frac{bh_3^2}{6}} \quad (22)$	

Bei der Berechnung der Platten-Steifigkeiten werden nach (Altenbach et al. 1996) auch die quer zu den Decklagen verlaufenden Schichten berücksichtigt:
Plattensteifigkeit:

$$D_{11} = b \frac{1}{3} \left(E_0^{(1.\text{Schicht})} (z_1^3 - z_0^3) + E_0^{(2.\text{Schicht})} (z_2^3 - z_1^3) + E_0^{(3.\text{Schicht})} (z_3^3 - z_2^3) \right), \quad (23)$$

Querschubsteifigkeit:

$$A_{55} = b \left(G^{(1.\text{Schicht})} (z_1 - z_0) + G^{(2.\text{Schicht})} (z_2 - z_1) + G^{(3.\text{Schicht})} (z_3 - z_2) \right). \quad (24)$$

Als Materialparameter müssen somit pro Schicht 2 unabhängige Werte (Elastizitätsmodul und Schubmodul) bekannt sein.

Die Durchbiegungs- und Neigungsformen wurden mit den Ansatzfunktionen Gl. 25 und 26 beschrieben. Bei den exzentrischen Einzellasten wurden zwei zusätzliche Terme mit 2π und 4π verwendet.

$$w(x) = a_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L_k}\right) + a_2 \sin\left(\frac{3\pi x}{L_k}\right) + a_3 \sin\left(\frac{5\pi x}{L_k}\right), \quad (25)$$

$$\varphi(x) = b_1 \cos\left(\frac{\pi x}{L_k}\right) + b_2 \cos\left(\frac{3\pi x}{L_k}\right) + b_3 \cos\left(\frac{5\pi x}{L_k}\right). \quad (26)$$

Die Verzerrungsenergie des Timoshenko-Balkens ohne Längskraft beträgt (Altenbach et al. 1996):

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{L_k} \left[D_{11} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + k_s A_{55} \left(\varphi + \frac{dw}{dx} \right)^2 \right] dx. \quad (27)$$

Die Arbeit der äußeren Belastung (äußere Energie) beträgt beispielsweise bei einer verteilten Last (Altenbach et al. 1996):

$$W = \int_0^{L_k} [q(x)w] dx. \quad (28)$$

Für jede Laststellung muss somit eine neue Lösung für die Funktionen $w(x)$ und $\varphi(x)$ ermittelt werden. Als Beispiel ist nachfolgend die Lösung für eine verteilte Last mit den einfachsten Ansatzfunktionen (nur Terme a_1 und b_1) angegeben. Die Berechnungen wurden mit der Software (Mathematica) durchgeführt.

$$w(x) = \frac{4L_k^2 \left(\frac{L_k^2}{D_{11}} + \frac{\pi^2}{A_{55}k_s} \right) q \sin\left(\frac{\pi x}{L_k}\right)}{\pi^5}, \quad (29)$$

$$\varphi(x) = -\frac{4L_k^3 q \cos\left(\frac{\pi x}{L_k}\right)}{D_{11}\pi^4}, \quad (30)$$

somit:

$$\varphi'(x) = \frac{4L_k^2 q \sin\left(\frac{\pi x}{L_k}\right)}{D_{11}\pi^3}. \quad (31)$$

Der Schubkorrekturfaktor kann nach Reissner (Altenbach et al. 1996) für eine Dreischichtplatte mit Gl. 32 berechnet werden.

$$\frac{1}{k_s} = A_{55}b \left(\int_{z_0}^{z_1} \frac{(g1(z))^2}{G^{(1.\text{Schicht})}} dz + \int_{z_1}^{z_2} \frac{(g2(z))^2}{G^{(2.\text{Schicht})}} dz + \int_{z_2}^{z_3} \frac{(g3(z))^2}{G^{(3.\text{Schicht})}} dz \right), \quad (32)$$

mit

$$g1(z) = \frac{1}{D_{11}} \left(-E_0^{(1.\text{Schicht})} \frac{z^2}{2} + E_0^{(1.\text{Schicht})} \frac{z_0^2}{2} \right),$$

$$g2(z) = \frac{1}{D_{11}} \left(-E_0^{(2.\text{Schicht})} \frac{z^2}{2} + E_0^{(1.\text{Schicht})} \frac{z_0^2}{2} + \left(E_0^{(2.\text{Schicht})} - E_0^{(1.\text{Schicht})} \right) \frac{z_1^2}{2} \right),$$

$$g3(z) = \frac{1}{D_{11}} \left(-E_0^{(3.\text{Schicht})} \frac{z^2}{2} + E_0^{(1.\text{Schicht})} \frac{z_0^2}{2} + \left(E_0^{(2.\text{Schicht})} - E_0^{(1.\text{Schicht})} \right) \frac{z_1^2}{2} + \left(E_0^{(3.\text{Schicht})} - E_0^{(2.\text{Schicht})} \right) \frac{z_2^2}{2} \right).$$

Eine einfachere aber weniger genaue Berechnung des Schubkorrekturfaktors kann nach Reuss (Altenbach et al. 1996) durchgeführt werden:

$$k_s = \frac{\left(2 \frac{z_3 - z_2}{z_3 - z_0} \frac{1}{G^{(1.\text{Schicht})}} + \frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_0} \frac{1}{G^{(2.\text{Schicht})}} \right)^{-1}}{2 \frac{z_3 - z_2}{z_3 - z_0} G^{(1.\text{Schicht})} + \frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_0} G^{(2.\text{Schicht})}}. \quad (33)$$

Die Biegezugspannung wird wie folgt berechnet:

$$\sigma_0 = \varphi'(x) z_0 E_0^{(1.\text{Schicht})}. \quad (34)$$

5.3 Plattenberechnung nach Mindlin–Reissner

Die Mindlin-Plattentheorie (Altenbach et al. 1996) ist eine Erweiterung der Timoshenko-Balkentheorie auf die Platte. Das Vorgehen ist somit analog und wird nicht weiter be-

schrieben. Folgende Ansatzfunktionen wurden gewählt:

$$w(x, y) = \sum_1^{n_{\max}} \sum_1^{m_{\max}} a_{(m-1)n_{\max}+n} \sin\left(\frac{n\pi x}{L_k}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{L_l}\right), \quad (35)$$

$$\varphi x(x, y) = \sum_1^{n_{\max}} \sum_1^{m_{\max}} b_{(m-1)n_{\max}+n} \cos\left(\frac{n\pi x}{L_k}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{L_l}\right), \quad (36)$$

$$\varphi y(x, y) = \sum_1^{n_{\max}} \sum_1^{m_{\max}} c_{(m-1)n_{\max}+n} \sin\left(\frac{n\pi x}{L_k}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{L_l}\right). \quad (37)$$

Der Schubkorrekturfaktor wurde auch hier nach Reisner (Altenbach et al. 1996) ermittelt. Bei der Nachrechnung der Versuche sowie bei der Parameterstudie (Abschn. 6.1) wurden für die Belastungsfälle „vier Einzelasten“ und „verteilte Belastung“ Ansatzfunktionen mit $n_{\max} = m_{\max} = 13$, für den Belastungsfall „Einzellast“ solche mit $n_{\max} = m_{\max} = 15$ verwendet.

Als Materialparameter müssen bei dieser Berechnung pro Schicht 6 unabhängige Werte (zwei Elastizitätsmoduln, drei Schubmoduln und eine Querdehnungszahl) bekannt sein.

Die Plattenberechnung nach Mindlin–Reissner, wie auch die nachfolgend beschriebenen FE-Berechnungen, modellieren drillsteife Platten. Das heißt, das Abheben der Plattenecken ist verhindert, wie es auch bei den Versuchen der Fall war. Diese Situation ergibt sich in der Regel auch in Bauwerken, bei welchen Wandaufasten und Verankerungen die Platten auf den Lagern fixieren.

5.4 Plattenberechnung mit Finit Element Programmen

Berechnung einer geschichteten Platte mit Hilfe der 3D FE-Software Marc-Mentat Zur Nachrechnung der Versuche wurde die 3D Finite Elemente Software (MARC-Mentat) verwendet. Die BSP wurden mit so genannten 4-Punkt Composite-Shell-Elementen als geschichtete Platte modelliert, die in jedem Knoten 6 Freiheitsgrade besitzen, je drei für die Verschiebungen und für die Verdrehungen. Die 70 mm dicken Composite-Shell-Elemente wurden in 9 Schichten aufgeteilt, je drei Schichten für die beiden Decklagen und drei Schichten für die Mittellagen.

Als Materialparameter müssen pro Schicht 9 unabhängige Werte (je drei Elastizitätsmoduln, Schubmoduln und Querdehnungszahlen) bekannt sein.

Berechnung einer orthotropen Platte mit Hilfe der 2D FE-Software Cedrus Zusätzlich zu den aufwändigen 3D FE-Berechnungen wurden auch Plattenberechnungen mit dem für die Projektierungspraxis leicht zu handhabenden 2D Finit-Element-Programm (CEDRUS-5 2005) gemacht. Dieses Programm arbeitet mit hybriden Drei- und Viereckselementen beliebiger Form, die in den Eckknoten drei Ver-

schiebungsfreiheitsgrade v_z (Durchbiegung), r_x und r_y (Rotationen um die Achsen x, y) zulassen. Schubverformungen werden nur in Plattenebene berücksichtigt. Im Fall der zu berechnenden Brettspertholzplatten ergibt sich die orthotrope Steifigkeitsmatrix D zu:

$$D = \begin{bmatrix} -\frac{1+\nu_{90,0}\nu_{0,90}}{E_{m,0}-\nu_{90,0}^2}E_{m,90} & \frac{(-1+\nu_{90,0}\nu_{0,90})\nu_{90,0}}{E_{m,0}-\nu_{90,0}^2}E_{m,90} & 0 \\ \frac{(-1+\nu_{90,0}\nu_{0,90})\nu_{90,0}}{E_{m,0}-\nu_{90,0}^2}E_{m,90} & \frac{(-1+\nu_{90,0}\nu_{0,90})E_{m,0}}{E_{m,90}(E_{m,0}-\nu_{90,0}^2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \frac{12}{h^3}. \quad (38)$$

$E_{m,0}$ entspricht hierbei dem E -Modul des Gesamtquerschnittes parallel zur Faser der Decklage der Brettspertholzplatte, $E_{m,90}$ dem E -Modul des Gesamtquerschnittes senkrecht zur Faserrichtung der Decklage. Die verwendeten Aufbaufaktoren für die Bestimmung dieser Elastizitätsmoduln können Tabelle 1, Gl. (6) und (7) entnommen werden.

Die Aufbaufaktoren finden auch Anwendung bei der Berechnung der Spannungen. Da das Programm mit einem homogenen Material und somit einer „verschmierten“ Steifigkeit über die Plattendicke rechnet, basieren die berechneten Spannungen auf einem linearen Spannungsverlauf, der aufgrund des Schichtaufbaus jedoch nicht gegeben ist. Vielmehr ist an den Grenzschichten mit einem Spannungssprung zu rechnen. Um die tatsächliche Randspannung der mehrschichtigen Brettspertholzplatte zu berechnen, müssen die vom Programm berechneten Spannungen wieder durch den Aufbaufaktor dividiert werden.

Als Materialparameter für diese Berechnung müssen pro Schicht 4 unabhängige Werte (je zwei Elastizitätsmoduln, ein Schubmodul und eine Querdehnungszahl) bekannt sein.

6 Vergleich der Berechnungsmodelle mit den Versuchen und Diskussion

In Tabelle 7 sind die aus den 24 Versuchen ermittelten maximalen Durchbiegungen und Biegespannungen im Vergleich zu verschiedenen Berechnungsmethoden (Abschn. 5) sowie die verwendeten Materialeigenschaften angegeben. Die Elastizitätsmoduln parallel zur Faser E_0 sind gemittelte und gerundete Werte je Versuchsgruppe, die aus den Ultraschallmessungen der Einzelschichten ermittelt wurden. Die Elastizitätsmoduln senkrecht zur Faser wurden nach Gl. 14 festgelegt. Eine gesonderte Betrachtung der Richtungen radial und tangential ist nicht sinnvoll, da verschiedene Einschnittarten verwendet werden (Abb. 11). Die drei anatomischen Richtungen werden somit auf die zwei Richtungen parallel (0) und senkrecht (90) reduziert. Die Querdehnungszahlen wurden nach Gl. 13, die

Tabelle 7 Vergleich der maximalen Durchbiegungen und Biegezugspannungen in den Versuchen mit den Resultaten aus verschiedenen Berechnungsmethoden**Table 7** Comparison of the maximum deflections and flexural tensile stresses in the tests with the results of different calculation methods

Platten- Nr.	Platten- aufbau	E_0 N/mm ²	E_{90} N/mm ²	G N/mm ²	G_R N/mm ²	Stempel- last F_{st} in kN	Versuch		Maximale Durchbiegung [mm]				
							Einzel- Werte	Mittel- wert	einfacher Balken Bernoulli	Balken Timo- shenko	Plattenberechnungen		
											orthotrope Platte, FE Soft- ware Cedrus	orthotrope Platte, Mindlin- Reissner	geschichtete Platte, FE Software Marc-Mentat
1						30	33,9						
2	10/50/10	11 500	575	720	70	30	33,6	33,8	49,4	50,9	33,7	34,1	33,8
3						30	33,8						
13						30	30,1						
14	10/50/10	12 500	625	780	80	30	30,6	30,2	45,4	46,7	31,1	31,4	31,1
15						30	29,9						
4						30	35,2						
5	25/20/25	10 500	525	660	65	30	31,2	33,1	35,2	37,2	33,9	34,4	33,6
6						30	32,9	(1225/800)			(1215/855)	(1225/891)	(1225/850)
16						30	28,9						
17	25/20/25	12 500	625	780	80	30	28,7	28,6	29,6	31,2	28,0	28,9	28,3
18						30	28,1	(1225/775)			(1200/855)	(1225/890)	(1225/850)
7						30	21,2						
8	10/50/10	11 500	575	720	70	30	20,6	20,9	18,0	18,8	19,5	20,8	19,9
9						30	20,9						
19						30	18,3						
20	10/50/10	12 500	625	780	80	30	18,3	18,2	16,5	17,3	17,9	19,1	18,3
21						30	17,9						
10						45	16,8						
11	10/50/10	10 000	500	625	60	45	16,6	17,2	21,6	22,6	17,5	18,7	17,7
12						45	18,1	(775/800)	(1370)	(1032)	(855/795)	(691/709)	(825/775)
22						45	14,9						
23	10/50/10	12 000	600	750	75	45	15,3	15,0	18,0	18,8	14,6	15,5	14,7
24						45	14,9	(775/800)	(1370)	(1034)	(855/795)	(693/710)	(825/775)
Platten- Nr.	Platten- aufbau	E_0 N/mm ²	E_{90} N/mm ²	G N/mm ²	G_R N/mm ²	Stempel- last F_{st} in kN	Biegezugspannung aus Versuch (siehe Tabelle 4)		Maximale Biegezugspannung [N/mm ²]				
							$\sigma_{0,st}$ N/mm ²	Mittel- wert	einfacher Balken Bernoulli	Balken Timo- shenko	Plattenberechnungen		
											orthotrope Platte, FE Soft- ware Cedrus	orthotrope Platte, Mindlin- Reissner	geschichtete Platte, FE Software Marc-Mentat
1						30	18,7*						
2	10/50/10	11 500	575	720	70	30	30,7	27,7	28,9	29,0	24,2	20,1	23,2
3						30	24,3						
13						30	27,5						
14	10/50/10	12 500	625	780	80	30	26,9	27,2	28,9	29,0	24,1	20,3	23,2
15						30	27,1						
4						30	27,3						
5	25/20/25	10 500	525	660	65	30	24,5	26,8	18,8	19,4	24,9	21,3	26,1
6						30	28,5						
16						30	27,3						
17	25/20/25	12 500	625	780	80	30	26,8	28,2	18,8	19,4	25,1	21,4	26,1
18						30	30,5						
7						30	31,1						
8	10/50/10	11 500	575	720	70	30	28,6	28,1	14,4	13,1	24,0	19,8	22,8
9						30	24,6						
19						30	24,7						
20	10/50/10	12 500	625	780	80	30	24,6	23,4	14,4	13,1	24,0	20,0	22,8
21						30	21,1						
10						45	25,3						
11	10/50/10	10 000	500	625	60	45	25,0	25,0	16,3	14,7	30,2	23,8	18,9
12						45	24,8						
22						45	32,8						
23	10/50/10	12 000	600	750	75	45	30,5	32,3	16,3	14,7	30,2	23,9	18,9
24						45	33,6						

*keine Deformetermessung bei 30 kN (Extrapolation auf 30 kN); Lasteinleitung bei einfachem Balken: Punktlast; () in Klammer Stelle der maximalen Durchbiegung; Angenommene Querdehnungszahlen: $\nu_{0,90} = 0.02$ $\nu_{RT} = 0.3$, $\nu_{90,0} = 0.001$; Lasteinleitung bei Plattenberechnungen: Aufstandsfläche der Lasten 150/150 mm

Abb. 11 Verschiedene Schnittarten mit entsprechenden Richtungen radial und tangential
Fig. 11 Different sawing patterns with respective directions radial and tangential

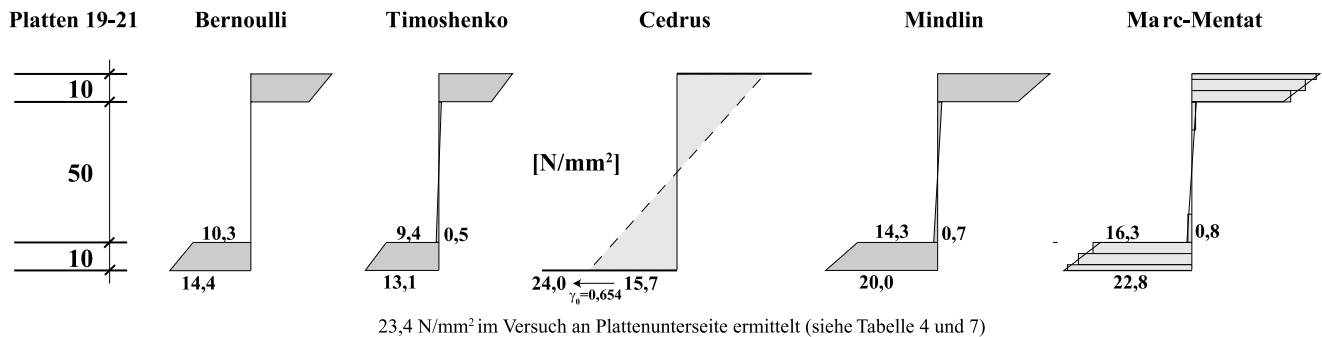
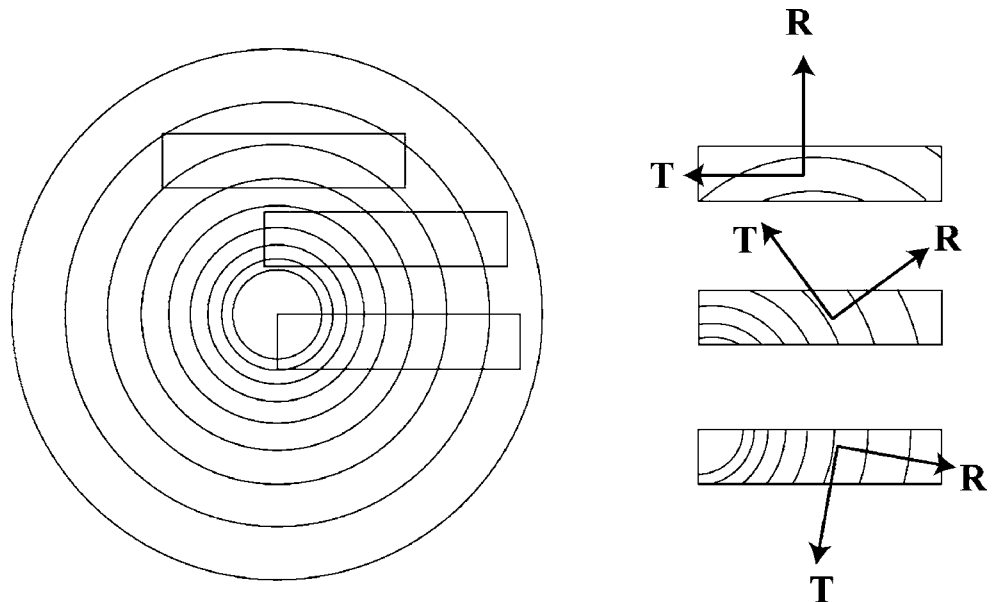


Abb. 12 Biegespannungen in den Platten 19–21 für verschiedene Berechnungsmethoden
Fig. 12 Bending stresses in the panels 19–21 according to different calculations methods

Schubmoduln gemäß Gl. 39 und 40 verwendet. Der Rollschubmodul G_R entspricht dem Schubmodul senkrecht zur Faserrichtung.

$$G = \frac{E_0}{20} \text{ (Hearmon 1948)}, \quad (39)$$

$$G_R = \frac{G}{10} \text{ (DIN 1052 2004)}, \quad (40)$$

In Ergänzung zu Tabelle 7 sind in Abb. 12 für eine Versuchsgruppe (Platten 19–21) die Biegespannungen über den Gesamtquerschnitt für die verschiedenen Berechnungsmethoden dargestellt.

Aus Tabelle 7 können folgende Erkenntnisse gezogen werden:

Durchbiegungen

- Die geprüften Platten weisen eine große Schlankheit von $L_k/h_3 = 35$ auf. Deshalb hat die Schubverformung keinen großen Einfluss und die Berechnungsmethoden, wel-

che Schubverformungen berücksichtigen (Timoshenko-Balken, Mindlin-Reissner und 3D FE Marc-Mentat) ergeben ähnliche Resultate wie die Berechnungsmethoden, welche Schubverformungen nicht berücksichtigen (Bernoulli-Balken, 2D FE Cedrus).

- Bei Platten mit einem Aufbau von 25/20/25 mm ist die Berechnung als einfacher Balken genügend genau, hingegen wird beim Plattenaufbau 10/50/10 mm die Verformung mit dem Balkenmodell deutlich überschätzt. Hier fällt die Plattentragwirkung stärker ins Gewicht.
- Alle drei Plattenberechnungen zeigen für beide Plattenaufbauten und für die drei Laststellungen eine gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten.
- Bei den Versuchen mit Einzellasten ergeben die Balkenmodelle überraschenderweise gute Übereinstimmungen. Dies kann jedoch nicht verallgemeinert werden. Bei Einzellasten wird deshalb von einer Berechnung mit Balkenmodellen abgeraten.

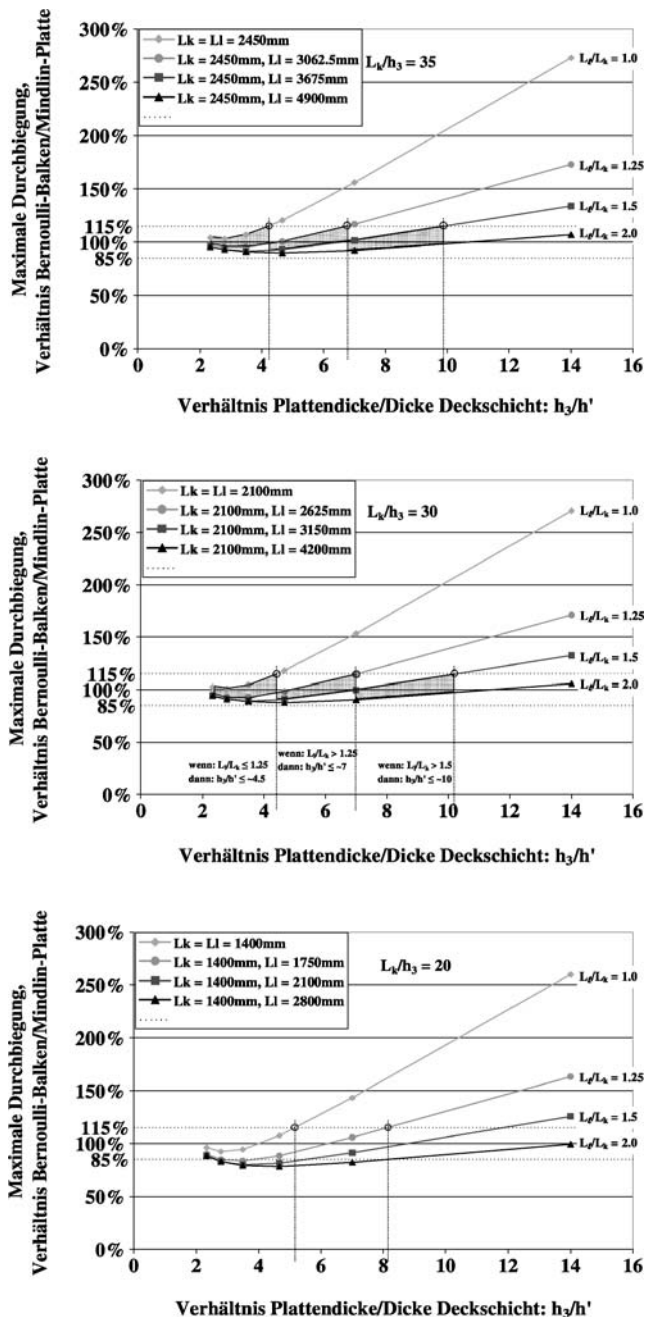


Abb. 13 Vergleich der berechneten Durchbiegungen für verschiedene Plattenaufbauten: Bernoulli-Balken und Mindlin-Reissner-Platte (mit Schubverformung und Plattentragwirkung)

Fig. 13 Comparison of the calculated deflections for different plate compositions: Bernoulli-Beam and Mindlin-Reissner-Plate (with shear deflection and plate load bearing behaviour)

Biegezugspannungen

- Für die Bemessung von BSP in der Praxis ist meist die Durchbiegung maßgebend und deshalb ist die Berechnung der Biegezugspannungen nur von untergeordneter Bedeutung.

- Die Biegezugspannungen in den Versuchen wurden aus den Deformeter-Messungen und den Elastizitätsmoduln der unteren Schichten aus den Ultraschallmessungen nach Gl. 11–13 ermittelt (Abschn. 3.3 und Tabelle 5). Die Berechnungen wurden hingegen mit mittleren Steifigkeiten durchgeführt. Dies könnte eine Erklärung sein für die nicht allzu gute Übereinstimmung der Biegezugspannungen aus den Berechnungen und den Versuchen.
- Die Berechnungen zeigen, dass veränderte Steifigkeiten (z.B. Platten 1–3 mit $E_0 = 11\,500\text{ N/mm}^2$ und Platten 13–15 mit $E_0 = 12\,500\text{ N/mm}^2$) keinen oder nur sehr kleinen Einfluss auf die berechneten Biegezugspannungen haben. Die Biegezugspannungen, ermittelt in den Versuchen mit vier Einzellasten, zeigen etwa ein ähnliches Bild. Hingegen ist ein signifikanter Unterschied der Biegezugspannungen aufgrund veränderter Steifigkeiten bei den Versuchen mit Einzellasten zu beobachten.
- Bei Einzellasten ergeben die Balkenmodelle teilweise deutlich zu geringe Biegezugspannungen.

6.1 Anwendungsgrenzen der Modelle

Folgende Parameter haben Einfluss auf das Tragverhalten von BSP:

- Plattenaufbau (bei Dreischichtplatten: Verhältnis Plattendicke h_3 zu Dicke Deckschicht h')
- Plattengeometrie (Verhältnis lange Spannweite L_1 zu kurzer Spannweite L_k)
- Schlankheit (Verhältnis kurze Spannweite L_k zur Plattendicke h_3)

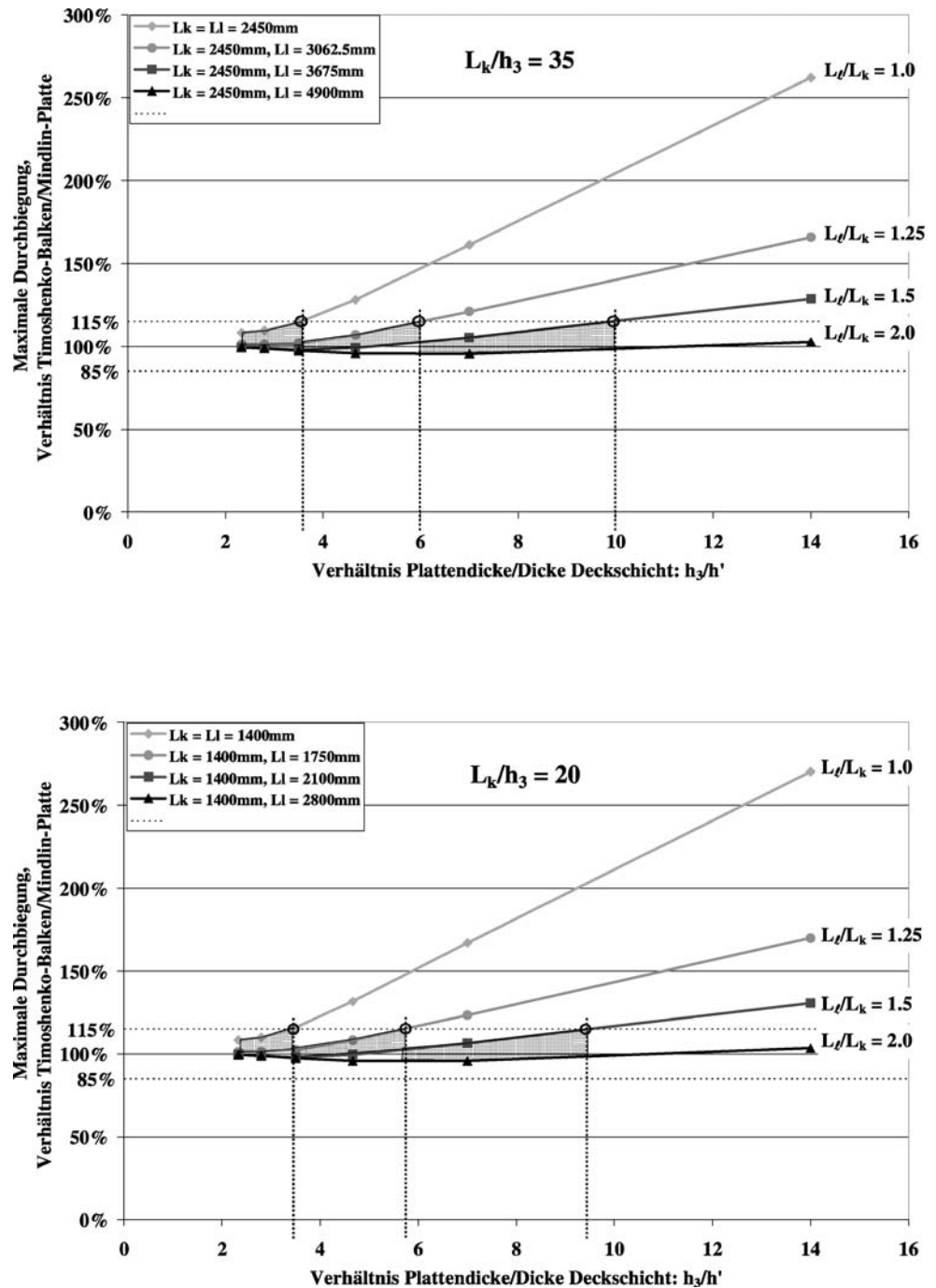
Die Plattengeometrie und der Plattenaufbau haben einen Einfluss auf die Plattentragwirkung, die Schlankheit beeinflusst die Schubverformung.

Wie aus dem Vergleich der Berechnungsmodelle mit den Versuchen hervorgeht, ist der einfache Balken nach Bernoulli für gewisse Fälle genügend genau. Für die Praxis wurden deshalb Anwendungsgrenzen ermittelt. Folgende Annahmen wurden dabei getroffen:

- Die Deckschichten laufen in Richtung der kürzeren Spannweite.
- Die BSP werden mit einer verteilten Last q belastet.
- Es handelt sich um eine symmetrische Dreischichtplatte mit identischen Materialeigenschaften in allen drei Schichten.
- Die Schlankheiten L_k/h_3 liegen zwischen 20 und 35.

Mit Hilfe von Abb. 13 wurden die Anwendungsgrenzen für die Berechnung der Durchbiegung von BSP mit einem einfachen Balken nach Bernoulli bestimmt, mit Abb. 14 die Grenzen für den einfachen Balken nach Timoshenko. In den

Abb. 14 Vergleich der berechneten Durchbiegung für verschiedene Plattenaufbauten: Timoshenko-Balken (mit Schubverformung) und Mindlin–Reissner-Platte (mit Schubverformung und Plattentragwirkung)
Fig. 14 Comparison of the calculated deflections for different plate compositions: Timoshenko-Beam (with shear deformation) and Mindlin–Reissner-Plate (with shear deflection and plate load bearing behaviour)



Diagrammen werden die berechneten Durchbiegungen nach Bernoulli oder Timoshenko (einfacher Balken) mit der Plattenberechnung nach Mindlin–Reissner verglichen. Des Weiteren sind die Genauigkeitsgrenzen von $\pm 15\%$ angegeben. Beim Schnittpunkt der berechneten Kurven mit den Genauigkeitsgrenzen wurden die Anwendungsgrenzen festgelegt.

Aus Abb. 13 ist der Einfluss der Schubverformung und der Plattentragwirkung gut erkennbar. Bei der Plattengeometrie $l_1/L_k = 2,0$ nimmt die Genauigkeit des Bernoulli

Balkens mit abnehmender Plattenschlankheit L_k/h_3 ab, was auf die zunehmende Schubverformung hinweist. Die Grenze, bei welcher die Schubverformung berücksichtigt werden sollte, wird auf $L_k/h_3 = 30$ festgelegt, siehe auch (Blaß und Fellmoser 2003a). Auch zeigt Abb. 13, dass bei quadratischen Platten ($l_1/L_k = 1,0$) die Verformungen deutlich überschätzt werden, da die Plattentragwirkung nicht berücksichtigt wird. In Abb. 14 ist ersichtlich, dass die Berechnungen gedrungener Platten ($L_k/h_3 =$

20) nicht mehr ungenauer sind als die schlanken Platten ($L_k/h_3 = 35$), da der Timoshenko-Balken die Schubverformung berücksichtigt.

6.2 Zusammenstellung der empfohlenen Modelle für die Praxis

Methode 1: anzuwenden bei rechteckigen und schlanken Platten mit dicken Decklagen

Plattenstreifen in Haupttragrichtung, Bernoulli-Balken
Anwendung bei

- Verteilten Lasten
- Abmessungen Spannweite zu Plattendicke: $L_k/h_3 \geq 30$
- Gebrauchstauglichkeitsnachweis (Durchbiegung): Geometrie L_1/L_k und Plattenaufbau h_3/h' (Dreischichtplatte)

wenn $L_1/L_k > 1,5$ dann $h_3/h' \leq \approx 10$,

wenn $L_1/L_k > 1,25$ dann $h_3/h' \leq \approx 7$,

wenn $L_1/L_k \leq 1,25$ dann $h_3/h' \leq \approx 4,5$.

- Tragsicherheitsnachweis (Biegezugspannung): Geometrie L_1/L_k und Plattenaufbau h_3/h' (Dreischichtplatte)

wenn $L_1/L_k > 1,5$ dann $h_3/h' \leq \approx 7,5$,

wenn $L_1/L_k > 1,25$ dann $h_3/h' \leq \approx 5$,

wenn $L_1/L_k \leq 1,25$ dann $h_3/h' \leq \approx 3$.

Durchbiegung nach Gl. 15, Tabelle 6

Biegezugspannung nach Gl. 16, Tabelle 6

Methode 2: anzuwenden bei rechteckigen Platten mit dicken Decklagen

Plattenstreifen in Haupttragrichtung, Timoshenko-Balken
Anwendung bei

- Verteilten Lasten
- Gebrauchstauglichkeitsnachweis (Durchbiegung): Geometrie L_1/L_k und Plattenaufbau h_3/h' (Dreischichtplatte)

wenn $L_1/L_k > 1,5$ dann $h_3/h' \leq \approx 9$,

wenn $L_1/L_k > 1,25$ dann $h_3/h' \leq \approx 6$,

wenn $L_1/L_k \leq 1,25$ dann $h_3/h' \leq \approx 3,5$.

- Tragsicherheitsnachweis (Biegezugspannung): Geometrie L_1/L_k und Plattenaufbau h_3/h' (Dreischichtplatte)

wenn $L_1/L_k > 1,5$ dann $h_3/h' \leq \approx 9$,

wenn $L_1/L_k > 1,25$ dann $h_3/h' \leq \approx 5$,

wenn $L_1/L_k \leq 1,25$ dann $h_3/h' \leq \approx 3$.

Platten- und Querschubsteifigkeiten nach Gl. 23 und 24

Schubkorrekturfaktor vereinfacht nach Gl. 33

Durchbiegung vereinfacht nach Gl. 29

Biegezugspannung nach Gl. 34 mit Hilfe von Gl. 31

Methode 3: anzuwenden bei beliebigen und schlanken Plattengeometrien und beliebigen Lastanordnungen wie z.B. Einzellasten

Berechnung mit einer kommerziell erhältlichen 2D FE-Software zur Berechnung von orthotropen Platten in Kombination mit der Verbundtheorie (Tabelle 1).

Anwendung bei

- beliebigen Plattengeometrien
- beliebigen Lastanordnungen (z.B. Einzellasten)
- schlanken Platten $L_k/h_3 \geq 30$

Zusätzliche Untersuchungen sollten bei auflagnahen Einzellasten durchgeführt werden, da in solchen Fällen die Vernachlässigung der Schubverformung zu Fehlern führen kann.

Danksagung Die finanzielle Unterstützung der Kommission für Technologie und Innovation (KTI) wird verdankt. Ebenfalls Dank gilt den Herstellern Schilliger Holz AG, Küssnacht am Rigi, und Pius Schuler AG, Rothenthurm, beide aus der Schweiz, welche das Versuchsmaterial zur Verfügung stellten. Weiterer Dank gilt SFS Intec AG und Purbond AG, welche ebenfalls am Projekt beteiligt waren.

Literatur

- Albers K (1970) Querdehnungs- und Gleitzahlen sowie Schub- und Scherfestigkeiten von Holzwerkstoffen, Dissertation, Universität Hamburg
- Altenbach H, Altenbach J, Rikards R (1996) Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke: Modellierung und Berechnung von Balken und Platten aus Verbundwerkstoffen. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie Stuttgart, Stuttgart
- Blaß HJ, Fellmoser P (2003a) Bemessung von Mehrschichtplatten, Teil 1. Bauen Holz 105(8):36–39
- Blaß HJ, Fellmoser P (2003b) Bemessung von Mehrschichtplatten, Teil 2. Bauen Holz 105(9):37–39
- Blaß HJ, Fellmoser P (2004) Design of solid wood panels with cross layers. 8th World Conference on Timber Engineering, 14.–17.6.2004, Lahti
- Blaß HJ, Görlacher R (2002a) Zum Trag- und Verformungsverhalten von Brettspertholz-Elementen bei Beanspruchung in Plattenebene, Teil 1. Bauen Holz 104(11):34–41
- Blaß HJ, Görlacher R (2002b) Zum Trag- und Verformungsverhalten von Brettspertholz-Elementen bei Beanspruchung in Plattenebene, Teil 2. Bauen Holz 104(12):30–34
- Blaß HJ, Görlacher R (2003) Bemessung im Holzbau: Brettspertholz – Berechnungsgrundlagen. In: Holzbau-Kalender, Vol. 2. Bruder-Verlag, Karlsruhe, pp 580–598
- Bodig J, Jayne BA (1993) Mechanics of Wood and Wood Composites. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida
- CEDRUS-5 (2005) Cubus Engineering Software AG, Handbuch ab Programmversion 1.16, Zurich
- CEN EKF (1995) EN 789: Holzbauwerke - Prüfverfahren – Bestimmung der mechanischen Eigenschaften von Holzwerkstoffen
- CEN EKF (2003) EN 338: Bauholz für tragende Zwecke – Festigkeitsklassen
- CEN EKF (2006) prEN 14358: Holzbauwerke – Berechnung der 5%-Quantile für charakteristische Werte und Annahmekriterien für Proben

- Czaderski C, Olia S, Steiger R, Gülzow A (2006) Berechnungsmodelle für Massivholzplatten, Teil 2: Berechnungsmodelle, KTI Projekt 5927.2, Bericht, Empa Dübendorf, Schweiz
- DIN Deutsches Institut für Normung (Berlin) (1979) DIN 68364: Kennwerte von Holzarten – Festigkeit, Elastizität, Resistenz
- DIN Deutsches Institut für Normung (Berlin) (2004) DIN 1052:2004 Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau
- Donzé M (2002) Modélisation des propriétés mécaniques d'un panneau en bois massif trois couches sollicité en flexion. F / 4 / D / 305 / 02 / 0, Ecole suisse d'ingénieurs du bois, Ei-bois
- Eibl J (1998) Betonkalender Teil 1. Ernst & Sohn, Berlin
- Fellmoser P, Blaß HJ (2004). Influence of rolling shear modulus on strength and stiffness of structural bonded timber elements. CIB-W18 Meeting 37, Edinburgh, United Kingdom, TU Karlsruhe
- Görlacher R (2002) Brettsperrholz: Berechnung von Elementen mit kreuzweise verklebten Brettern bei Beanspruchung in Plattenebene. In: Ingenieurholzbau – Karlsruher Tage. Bruderverlag, Karlsruhe
- Hearmon RFS (1948) Elasticity of wood and plywood. Department of Scientific and Industrial Research, London
- Howald M, Niemz P (2006) Berechnungsmodelle für Massivholzplatten, Teil 1: Ermittlung mechanischer Eigenschaften anhand von Ultraschall-Messungen und Biegeversuchen an Kleinproben. KTI Projekt 5927.2, Bericht. ETH Zürich, Institut für Baustoffe
- Kreuzinger H (1999) Platten, Scheiben und Schalen: Ein Berechnungsmodell für gängige Statikprogramme. Bauen Holz 101(1):34–39
- Kreuzinger H (2001) Schubtragverhalten von Brettsperrholz, Forschungsbericht, Technische Universität München, Institut für Baustoffe und Konstruktion
- Krug D, Tobisch S, Faust E (1999a) Massivholzplatten für konstruktive Anwendungen: Physikalisch-mechanische Eigenschaften dreilagiger Massivholzplatten aus Nadelholz (Teil 1.1). Holz-Zentralblatt 125(94):1282–1283
- Krug D, Tobisch S, Faust E (1999b) Massivholzplatten für konstruktive Anwendungen: Physikalisch-mechanische Eigenschaften dreilagiger Massivholzplatten aus Nadelholz (Teil 1.2). Holz-Zentralblatt 125(100):1335–1336
- MARC-Mentat MSC-Software-Corporation, Version 2005r2
- Mathematica Wolfram Research, Versions Nummer: 5.0.1.0
- Neuhaus H (1994) Lehrbuch des Ingenieurholzbau. BG Teubner Verlag, Stuttgart
- Niemz P, Bencat J (2001) Tests zu mechanischen Eigenschaften mehrschichtiger Massivholzplatten. Holzforsch Holzverwert 53(1):58–60
- Schickhofer G (2002) Brettsperrholz: Anwendungen und Konstruktionsdetails im mehrgeschossigen Wohn- und Kommunalbau. In: Ingenieurholzbau – Karlsruher Tage. Bruderverlag, Karlsruhe
- Steck G (1988) Bau-Furnier-Sperrholz aus Buche. Entwicklungsgemeinschaft Holzbau (EGH) in der DGfH, München
- Steiger R (1996) Mechanische Eigenschaften von Schweizer Fichten-Bauholz bei Biege-, Zug-, Druck- und kombinierter M/N-Beanspruchung Sortierung von Rund- und Schnittholz mittels Ultraschall. IBK Bericht Nr 221. Birkhäuser, Basel
- Tobisch S, Krug D (2001) Massivholzplatten für konstruktive Anwendungen: Einfluss des Plattenaufbaus und anderer Parameter auf die Festigkeitseigenschaften dreilagiger Massivholzplatten. Holz-Zentralblatt 127(108):1328–1329
- Tobisch S, Plattes D (2000) Eigenschaften dreischichtiger Massivholzplatten: Erste orientierende Untersuchungen zur Beeinflussung der elastomechanischen Eigenschaften in Plattenebene. Holz-Zentralblatt 126(85/86):1148–1150